Probabilidades y Estadística II
Modelización de la incertidumbre
Incertidumbre y Probabilidad

Indice

Modelización de la incertidumbre

Enfoques de la Probabilidad

Enfoque Clásico

Laplace, “Teoría analítica de probabilidades” 1812

Supuesto que todos los resultados elementales son igualmente verosímiles, la probabilidad de un suceso es el cociente entre el número de resultados favorables y el número total de resultados posibles

$$\text{Probabilidad de A} = \text{cardinal de A} / \text{cardinal de E} = |A| / |E|$$

- Hipótesis de simetría respecto al espacio muestral que puede no ser cierta en muchos experimentos aleatorios

- Si el número de total de resultados no es finito no se puede calcular el cociente

Modelización de la incertidumbre

Enfoques de la Probabilidad

Enfoque Frecuentista (Richard Von Mises (1883-1953))

Experimento aleatorio repetido N veces
Espacio muestral E y un suceso A que se observa n veces, $0 \leq n \leq N$

Frecuencia Absoluta de A: n
Frecuencia Relativa de A: $f(A) = n/N$

Propiedades de la frecuencia relativa (A y B $\in \wp(E)$):

1. $0 \leq f(A) \leq 1$	2. $f(\neg A) = 1 - f(A)$
3. $A \subset B \Rightarrow f(A) < f(B)$	4. $A \cap B = \varnothing \Rightarrow f(A \cup B) = f(A) + f(B)$
5. $f(E) = 1$	6. $f(A \cup B) = f(A) + f(B) - f(A \cap B)$

•Contexto de un experimento aleatorio que se repite indefinidamente en identicas condiciones. Probabilidad como límite empírico:

Probabilidad de A = límite n/N, $n \rightarrow \infty$

•Conflicto: condiciones estables en un tiempo indefinido

Modelización de la incertidumbre

Enfoques de la Probabilidad

Enfoque Subjetivo o Personal (Finetti, 1975; French, 1986)

Contexto de un suceso que puede observarse una sola vez

La probabilidad representa el grado de creencia de que se observe un suceso o que el sistema presente un cierto estado.

Probabilidad de A = cuantificación de la creencia en la observación de A tras la observación de cierta Información relevante o evidencia

•Enfoque natural para la representación y el análisis de juicios con imprecision

•Enfoque personal, las probabilidades se asocian al observador no al sistema objeto

•La probabilidad está definida por el grado de creencia personal y el grado de información disponible, que puede cambiar y actualizar la probabilidad

•La cuantificación del grado de creencia es un probabilidad si verifica la Axiomática de Kolmogorov u otra axiomatización que garantice la coherencia

Modelización de la incertidumbre

Axiomas de Kolmogorov

Axiomas de la Teoría de la Probabilidad (Kolmogorov, 1933)

Se basa en la Teoría de la Medida

Fundamenta el concepto de probabilidad y el cálculo de probabilidades

•Definición de σ-Álgebra $\mathcal{A}$: 1. $A \in \mathcal{A} \Rightarrow \neg A \in \mathcal{A}$ 2. $\{A_i\}^{\infty}_{i=1} \subset \mathcal{A} \Rightarrow \cup^{\infty}_{i=1} A_i \in \mathcal{A}$

$\cup$, $\cap$ y $\neg$ son leyes de composición interna en la σ-Álgebra. Ej's: $\wp(E)$ y $\{E, \emptyset\}$

•Espacio Probabilizable: $(E, \mathcal{A})$

•Probabilidad en $(E, \mathcal{A})$ es toda aplicación P: $\mathcal{A} \rightarrow \Re^+$, que verifique los axiomas:

A1. P(E) = 1

A2 . $\{A_i\}^{\infty}_{i=1} \subset \mathcal{A}$, $A_i \cap A_j = \emptyset$, $i \neq j \Rightarrow P(\cup^{\infty}_{i=1} A_i) = \sum^{\infty}_{i=1} P(A_i)$

•Espacio de Probabilidad: $(E, \mathcal{A}, P)$. E finito, infinito numerable, continuo.

•Propiedades de una probabilidad. A y B sucesos de un $(E, \mathcal{A}, P)$

1. $P(\emptyset) = 0$ 2. $P(\neg A) = 1 - P(A)$ 3. $A \subset B \Rightarrow P(A) \leq P(B)$

4. $0 \leq P(A) \leq 1$ 5. $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$